Planen als Erfüllbarkeitsproblem

Martin Hofmann

19.01.2007

Seminar Planen und Problemlösen

Übersicht

1. Einführung

Übersicht

Übersicht

1. Einführung
2. Planen durch Deduktion
3. SAT-Planen

Übersicht

Übersicht

Übersicht

Zustandsraum vs. Axiome

Zustandsraumbasiert (↻ STRIPS):

- Planungsdomäne: Menge von Zuständen und Übergängen
- Plan: gültigen Aktionsfolge von s_0 nach s_n
- Suchraum: Zustandsraum

Axiombasiert

- logische Formeln beschreiben Planungsproblem (FOL)
- Existenz eines Planes von s_0 nach s_n wird bewiesen
- Aktionsfolge wird konstruktiv erstellt (quasi Beiprodukt)

Situation Calculus Axiomatisierung

- Green (1964), McCarthy (1983)
- Aussagen als Prädikate (*fluents*)
- Aktionen als Implikationen
- Zustandsvariable S speichert Teilpläne
- Planen durch Resolution in FOL

Beispiel

$$\forall A, B, S. \mathit{frei}(A, S) \wedge \mathit{frei}(B, S) \rightarrow \mathit{auf}(A, B, \mathit{hebe}(A, B, S))$$

Planungsproblem

Start

$$frei(b_1, s_0) \quad (S1)$$
$$frei(b_2, s_0) \quad (S2)$$

Ziel

$$auf(b_1, b_2, S) \quad (Z)$$

A_{hebe}

$$\neg frei(A, S) \lor \neg frei(B, S) \lor auf(A, B, hebe(A, B, S)) \quad (A)$$

$\rightarrow$ Beweis durch Widerspruch: $\neg auf(b_1, b_2, S) \lor Plan(S)$

Resolution

1. $frei(b_1, s_0)$ (S1)
2. $\neg frei(A, S) \vee \neg frei(B, S) \vee auf(A, B, hebe(A, B, S))$ (A)
3. $\neg frei(B, s_0) \vee auf(A, B, hebe(b_1, B, s_0))$ (Res. $1 + 2$)
4. $frei(b_2, s_0)$ (S2)
5. $auf(A, B, hebe(b_1, b_2, s_0))$ (Res. $3 + 4$)
6. $\neg auf(b_1, b_2, S) \vee Plan(S)$ (Behauptung)
7. $Plan(hebe(b_1, b_2, s_0))$ Widerspruch, Res. $5 + 6$

Grenzen des Situation Calculus

- Deduktives Planen in FOL
  - $hebe(A, B, hebe(C, D, hebe(E, F, (\ldots))))$
  - Zustandsterme unendlicher Länge
  - Suchraum unbeschränkt

- Ineffizient, skaliert sehr schlecht
- kaum anwendbar auf praktische Probleme
- zustandsbasierte Planer schneller, effektiver, besser
- Paradigmenwechsel $\rightarrow$ STRIPS

"Planen nur mit spezialisierten Systemen"

Deduktiv vs Erfüllbarkeitsbasiert

- Deduktives Planen
  - $\rightarrow$ Plan folgt deduktiv aus Axiomen, Start- und Endzustand
- Erfüllarkeitsbasiertes Planen (SAT-Planen)
  - $\rightarrow$ gültiger Plan ist Modell aller Axiome
- Modell ist Variablenbelegung, die eine Formel erfüllt

Beispiel

F: $A \rightarrow B$

M: $A \hookleftarrow \top, B \hookleftarrow \top$

$A \hookleftarrow \bot, B \hookleftarrow \top$

$A \hookleftarrow \bot, B \hookleftarrow \bot$

SAT Planen nach Kautz & Selman

✓

- Modell für deduktive Axiome suchen!

SAT Planen nach Kautz & Selman

✔

- Modell für deduktive Axiome suchen!

✖

- FOL ist unentscheidbar
- Kein vollständiger Algorithmus existiert!

SAT Planen nach Kautz & Selman

✔

- Modell für deduktive Axiome suchen!

✖

- FOL ist unentscheidbar
- Kein vollständiger Algorithmus existiert!

✔

- Verwende Aussagenlogik!

FOL Axiome in Aussagenlogik

- Fixierung auf diskreten Zeitpunkt t
- $t \leq$ maximaler Planlänge N
- fluents und Aktionen sind Aussagen $\in \{\top, \bot\}$
- *keine* Terme oder Funktionen

fluents

$$auf(b_1, b_2, 3) \qquad frei(b_1, 0)$$

Aktionen

$$\forall A, B, I.frei(A, I) \wedge frei(B, I) \wedge hebe(A, B, I) \rightarrow auf(A, B, I+1)$$

SAT Planen nach Kautz & Selman

✓

- Verwende Aussagenlogik!

SAT Planen nach Kautz & Selman

✔

- Verwende Aussagenlogik!

✘

- SAT ist NP-hard und PSPACE-complete!

SAT – NP-hard

- Axiome expandieren zur Konjunktion aller Instantiierungen
- Zahl der Variablen $|Vars| = n|Ops||Dom|^{A_o}$
- Rechenzeit = $O(k^{|Vars|})$

$\forall A, B, I. frei(A, I) \wedge frei(B, I) \wedge hebe(A, B, I) \rightarrow auf(A, B, I+1)$

$$\begin{gathered}
frei(b_1, 0) \wedge frei(b_1, 0) \wedge hebe(b_1, b_1, 0) \rightarrow auf(b_1, b_1, 1) \\
frei(b_1, 0) \wedge frei(b_2, 0) \wedge hebe(b_1, b_2, 0) \rightarrow auf(b_1, b_2, 1) \\
frei(b_2, 0) \wedge frei(b_1, 0) \wedge hebe(b_2, b_1, 0) \rightarrow auf(b_2, b_1, 1) \\
\ldots \\
frei(b_k, N) \wedge frei(b_k, N) \wedge hebe(b_k, b_k, N) \rightarrow auf(b_k, b_k, N)
\end{gathered}$$

SAT Planen nach Kautz & Selman

✓

- Für die Praxis irrelevant
- bis zur Planlänge n suchen
- effizient Kodieren

✗

- Woher weiß man die Planlänge?

SAT Planen nach Kautz & Selman

✔

- Für die Praxis irrelevant
- bis zur Planlänge n suchen
- effizient Kodieren

✘

- Woher weiß man die Planlänge?

✔

- *iterative deepening*!

SAT Planen nach Kautz & Selman

✓

- *iterative deepening*!

✗

- Unerwünschte Modelle!

Unerwünschte Modelle

- alle Axiome sind in Blockwelt war
- nicht alle Welten in denen sie gelten entsprechen einer Blockwelt

  $\longrightarrow$ nur deduktiv benutzbar

$\forall A, B, I. \mathit{frei}(A, I) \land \mathit{frei}(B, I) \land \mathit{hebe}(A, B, I) \rightarrow \mathit{auf}(A, B, I+1)$

- $\mathit{frei}(b_1, 0), \mathit{frei}(b_2, 0), \mathit{auf}(b_1, b_2, 1)$

  $\longrightarrow$ Effekt ohne Aktion
- $\mathit{frei}(b_1, 0), \mathit{hebe}(b_1, b_2, 0), \mathit{auf}(b_1, b_2, 1)$

  $\longrightarrow$ Aktion trotz verletzter Prämisse

SAT Planen nach Kautz & Selman

✓

- *iterative deepening*!

✗

- Unerwünschte Modelle!

✓

- Axiome anpassen!

Axiomatisierung (1)

Aktionen

$$\forall A, B, I. frei(A, I) \wedge frei(B, I) \wedge auf(A, C, I) \wedge hebe(A, B, I) \rightarrow auf(A, B, I+1) \wedge frei(C, I+1)$$

Aktionen implizieren ihre Vorbedingungen und Effekte

$$\forall A, B, I. hebe(A, B, I) \rightarrow frei(A, I) \wedge frei(B, I) \wedge auf(A, C, I) \wedge auf(A, B, I+1) \wedge frei(C, I+1)$$

Wechselseitiger Ausschluss

$$\forall A, A', B, B', I. (A \neq A' \vee B \neq B') \rightarrow \neg hebe(A, B, I) \vee \neg hebe(A', B', I)$$

Axiomatisierung (2)

mindestens eine Aktion

$$\forall I < n. \exists A, B. hebe(A, B, I)$$

Startzustand vollständig (explizite CWA)

$$frei(b_1, 1) \wedge \neg frei(b_2, 1) \wedge frei(tisch, 1)$$
$$\wedge auf(b_1, b_2, 1) \wedge \neg auf(b_2, b_1, 1) \wedge$$
$$\neg\neg auf(b_1, b_1, 1) \wedge \neg auf(b_2, b_2, 1) \wedge$$
$$\neg auf(b_1, tisch, 1) \wedge auf(b_2, tisch, 1)$$

Zielzustand partiell

$$auf(b_2, b_1, 3)$$

1. Einführung
2. Planen durch Deduktion
3. SAT-Planen
4. Techniken
   - Systematische Methoden
   - Stochastische Methoden – GSAT/WalkSAT
5. Zusammenfassung
6. Literatur

SAT-Plan Techniken

- Expansion jeder Formel
  - $\forall$: Konjunktion aller Instanzen
  - $\exists$: Disjunktion aller Instanzen
- Modell
  - ist gültige Variablenbelegung
  - repräsentiert vollständig geordnete Sequenz von Aktionen
- Klauseln in KNF

$\longrightarrow$ jede einzelne ist zu erfüllen

Systematische Methoden – Davis-Putnam

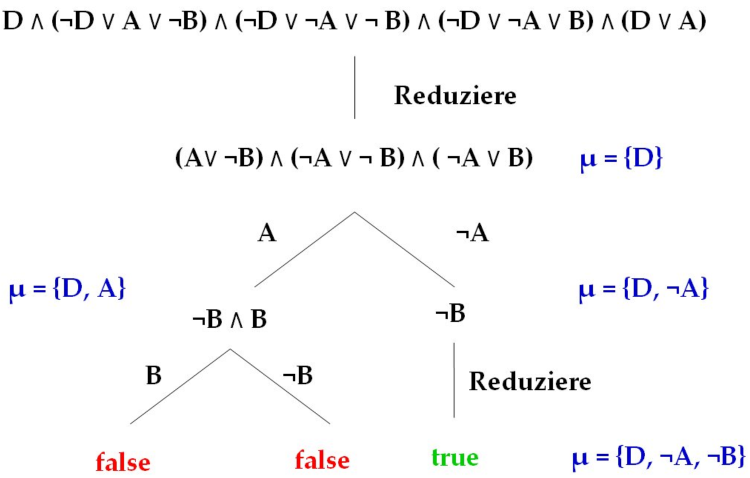
Systematische Methoden sind vollständig und korrekt

Davis-Putnam-Algorithmus

Generiere alle Resolventen und teste ob $\emptyset$ erzeugt wurde

1. solange Einheitsklauseln und Einheitsliterale E vorhanden
   - $E := \top$
   - lösche $\neg E$ aus allen Klauseln
   - lösche alle Klauseln $E \in K$
2. wähle Variable V
   - $K \cup \{V\}$ und $K \cup \{\neg V\}$
   - goto 1.
   - backtracking bei Widerspruch

Davis-Putnam – Beispiel (allgemein)



Davis-Putnam – Beispiel (Blockwelt)

Klauseln

$$hebe(b_2, b_1, 1) \rightarrow \\ frei(b_2, 1) \wedge frei(b_1, 1) \wedge auf(b_2, tisch, 1) \wedge \\ auf(b_2, b_1, 2) \wedge frei(tisch, 2)$$

1. in s_0 gelte $\neg frei(b_2, 1)$
2. Klausel wird zu $\neg hebe(b_2, b_1, 1)$ reduziert (Schritt 1. in DP)
3. hebe $(b_2, b_1, 1)$ wird $\perp$ zugewiesen (Schritt 2. in DP)
4. $(b_2, b_1, 1)$ zum Zeitpunkt 1 nicht durchführbar

Stochastische Methoden – GSAT/WalkSAT

Stochastische Methoden sind unvollständig aber korrekt

$\longrightarrow$ Restart nach *maxFlips*

$\longrightarrow$ Terminierung nach *maxRestarts*

‘greedy local search” (GSAT)

- Nachbarschaftdefinition (Hamming-Distanz)
- Bewertungsfunktion (# erfüllter Teilklauseln)

“iterative repair” (WALKSAT)

- “Reparieren” einer unerfüllten Klausel

“Random Walk” (WALKSAT)

- drehe zufällige Variable um

GSAT

GSAT(Φ)

$\mu \leftarrow$ zufällig
while μ erfüllt Φ nicht
  foreach Variable $V \in \Phi$, $\mu_V \leftarrow \mathit{Flip}(V, \mu)$
  $\mu \leftarrow \mu_P$ mit meisten erfüllten Teilklauseln
return μ

- Flip auch wenn Verschlechterung
- keine Erfolgsgarantie, aber in Praxis sehr erfolgreich

Zusammenfassung

- Planungsproblem der Länge *n* als Axiome
- Expandieren zu Klauselmenge
- Lösen mit *beliebigem* SAT-Solver
- keine Spezialalgorithmen
- zur Zeit schnellster STRIPS-basierter Planer
- und ausdrucksstärker

$$\forall A, B, I. frei(A, I) \equiv \neg \exists B. auf(B, A, I)$$

Ausblick

- Effizienzsteigerung durch Kodierung
- Repräsentation der Axiome
- geeignetere Frameaxiome
- trotz allem kein voller PDDL Umfang

Literatur (SAT-Planen)

- Ghallab, M., Nau, D., and Traverso, P. (2004).
  Automated planning : Theory & practice.
- Selman, H. A. K. . B. (1992).
  Planning as satisfiability.
  In *Proceedings of the Tenth European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'92)*, pages 359–363.

Literatur (Algorithmen)

Cook, S. A. and Mitchell, D. G. (1997).
Finding hard instances of the satisfiability problem: A survey.
In Du, Gu, and Pardalos, editors, *Satisfiability Problem: Theory and Applications*, volume 35, pages 1–17. American Mathematical Society.

Selman, B., Levesque, H. J., and Mitchell, D. (1992).
A new method for solving hard satisfiability problems.
In Rosenbloom, P. and Szolovits, P., editors, *Proceedings of the Tenth National Conference on Artificial Intelligence*, pages 440–446, Menlo Park, California. AAAI Press.

Selman, B., Kautz, H. A., and Cohen, B. (1994).
Noise strategies for improving local search.
In *Proceedings of the Twelfth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'94)*, pages 337–343, Seattle.

Literatur (Kodierung)

Kautz, H. and Selman, B. (1996).
Pushing the envelope: Planning, propositional logic, and stochastic search.

Ernst, M., Millstein, T. D., and Weld, D. S. (1997).
Automatic SAT-compilation of planning problems.
In *IJCAI*, pages 1169–1177.