

# Lecture 11: Inductive Program Synthesis

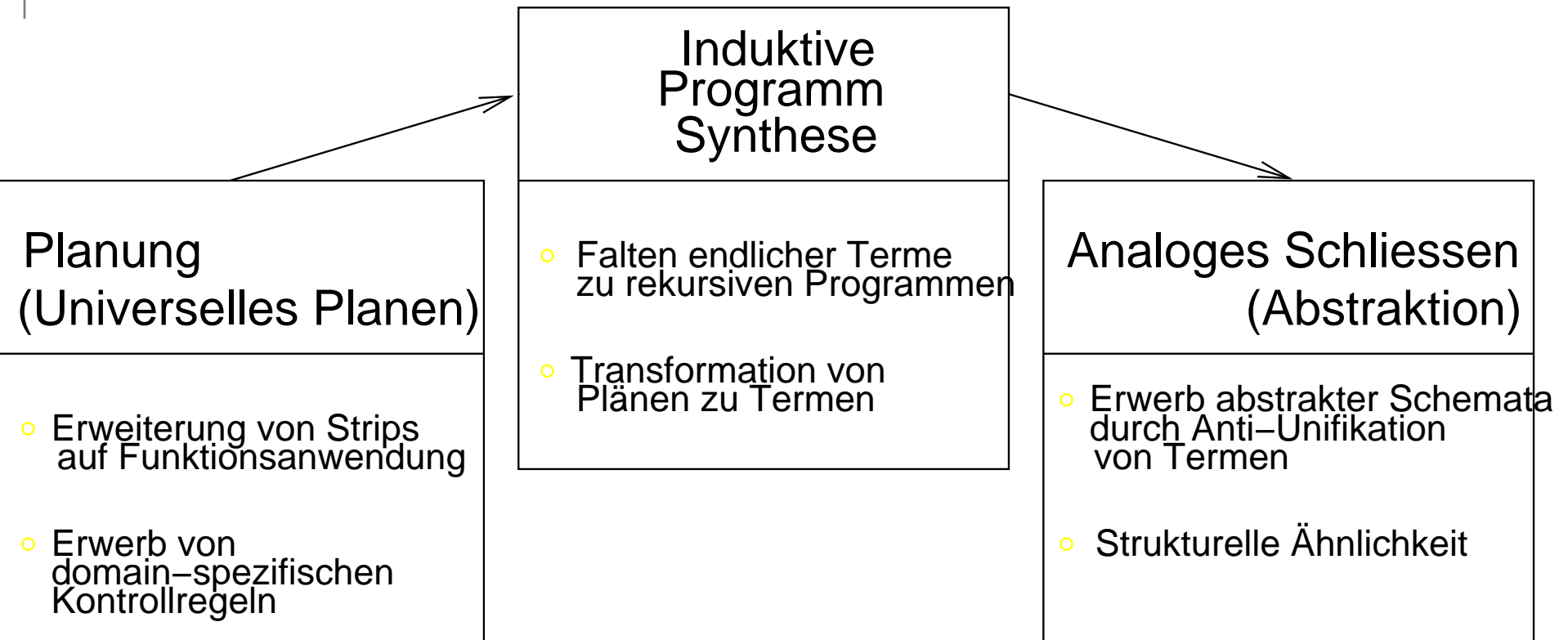
*Cognitive Systems II - Machine Learning*

**Part III: Learning Programs and Strategies**

**Functional Programs, Program Schemes, Traces, Folding**

**last change January 21, 2009**

# Lernen aus Problemlöse-Erfahrung



# Klassifikations- und Handlungsregeln

## **einfache Klassifikationsregel (Entscheidungsbaum)**

```
if (x1 = 1) & (x2 = 0) then k else not k
```

## **rekursive Klassifikationsregel (definite Hornklauseln)**

```
ancestor(P, F) :- parent(P, F).
```

```
ancestor(P, F) :- parent(P, I), ancestor(I, F).
```

## **einfache Handlungsregel (Entscheidungsbaum)**

```
if (pressure=high) & (oxygen=low) then reduce-temp else do-nothing
```

## **rekursive Handlungsregel (funktionales Programm)**

```
unloadall(tr, s) = if empty(tr) then s
```

```
else unload(getobj(tr), unloadall(restobj(tr), s))
```

↪ **Lernen rekursiver Handlungsregeln mit induktiver  
Programmsynthese**

# Programmsynthese

## **Automatisches Programmieren:**

Automatisierung/Unterstützung eines möglichst groSSen Teils des Software-Entwicklungsprozesses.

(Spezifikations-Akquisition, Umsetzung in Programmcode, Verifikation, Validierung, ...)

**Programmsynthese:** Automatisierung oder Unterstützung der Generierung von Programmcode aus Spezifikationen.

# Programmsynthese

- Deduktive Programmsynthese: vollständige, formale (nicht ausführbare) Spezifikationen.

*last(l) ← find z such that for some y, l = y ◦ [z]  
where islist(l) and l ≠ [] (Manna & Waldinger)*

$$\forall x \exists y [Pre(x) \Rightarrow Post(x, y)]$$

$$\forall x [Pre(x) \Rightarrow Post(x, f(x))]$$

# Programmsynthese

- Induktive Programmsynthese: unvollständige Spezifikationen (“Trainingsbeispiele”), I/O-Paare oder *Traces*.

`last([1]) = 1`

`last([2 7]) = 7`

`last([5 3 4]) = 4`

↪ Induktive Programmsynthese ist Maschinelles Lernen

# Induktive Programmsynthese

- **Genetisches Programmieren:**  
*generate and test.*
- **Induktive Logische Programmierung:**  
meist *bottom-up* Generalisierung aus positiven und negativen Beispielen (*relative least general generalizations*)
- **Funktionale Programmsynthese:**
  1. Umwandlung von I/O-Beispielen in Berechnungsspuren (*traces*)
  2. Rekurrenz-Entdeckung  
(Falten endlicher Terme)

# Funktionale Programmsynthese

- Schritt 2: Programmsynthese aus Berechnungsspuren
  - ↳ Pattern-Matching auf Termen
  - ↳ Theoretische Basis von Summers (1977)  
Synthese von Lisp-Programmen aus  
Berechnungsspuren
- Schritt 1 basiert dagegen auf Hintergrundwissen



# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \dots, \\ & p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ & T \rightarrow C(F(b(x)), x)) \end{aligned}$$

# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & \quad (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \quad \dots, \\ & \quad p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ & \quad T \rightarrow C(F(b(x)), x)) \end{aligned}$$

$p_1, \dots, p_k$ : Prädikate  $atom(b_i(x))$

# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \dots, \\ & p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ & T \rightarrow C(F(b(x)), x)) \end{aligned}$$

*b, b<sub>i</sub>*: Basis-Funktionen *car(x), cdr(x)* und Kombinationen (*cadr(x), caddr(x), ...*)

# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \dots, \\ & p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ & T \rightarrow C(F(b(x)), x)) \end{aligned}$$

$f_1, \dots, f_k$ : S-Expression ( $nil, b, cons(w, x)$ )

# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \dots, \\ & p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ & T \rightarrow C(F(b(x)), x)) \end{aligned}$$

*T*: Wahrheitswert "true"

# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \dots, \\ & p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ T \rightarrow & C(F(b(x)), x) \end{aligned}$$

$C(w, x)$ : cons-Expression, in der  $w$  genau einmal vorkommt

# Summers' RPS

Hypothesensprache: linear rekursives Programmschema (RPS)

$$\begin{aligned} F(x) \leftarrow & (p_1(x) \rightarrow f_1(x), \\ & \dots, \\ & p_k(x) \rightarrow f_k(x), \\ & T \rightarrow C(F(b(x)), x)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(x) \leftarrow & (\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ & T \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), u(\text{cdr}(x)))) \end{aligned}$$

# Beispiel

I/O Beispiele:

$\text{nil} \rightarrow \text{nil}$

$(A) \rightarrow ((A))$

$(A\ B) \rightarrow ((A)\ (B))$

$(A\ B\ C) \rightarrow ((A)\ (B)\ (C))$



# Beispiel

$\text{nil} \rightarrow \text{nil}$

$(A) \rightarrow ((A))$

$(A B) \rightarrow ((A) (B))$

$(A B C) \rightarrow ((A) (B) (C))$

## Berechnungsspuren:

$F_L(x) \leftarrow$  (atom(x)  $\rightarrow$  nil,  
atom(cdr(x))  $\rightarrow$  cons(x, nil),  
atom(cddr(x))  $\rightarrow$  cons(cons(car(x), nil), cons(cdr(x), nil)),  
T  $\rightarrow$  cons(cons(car(x), nil), cons(cons(cadr(x), nil),  
cons(cddr(x), nil))))

# Beispiel

$$F_L(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ &\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ &\text{atom}(\text{caddr}(x)) \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cdr}(x), \text{nil})), \\ &\text{T} \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cons}(\text{cadr}(x), \text{nil}), \\ &\quad \text{cons}(\text{caddr}(x), \text{nil})))) \end{aligned}$$

## Synthetisiertes Programm:

$$\text{unpack}(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ &\text{T} \rightarrow \text{u}(x)) \end{aligned}$$
$$\text{u}(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ &\text{T} \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{u}(\text{cdr}(x)))) \end{aligned}$$

# Rekurrenz-Detektion

$$F_L(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ &\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ &\text{atom}(\text{cddr}(x)) \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cdr}(x), \text{nil})), \\ &\text{T} \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cons}(\text{cadr}(x), \text{nil}), \\ &\quad \text{cons}(\text{cddr}(x), \text{nil})))) \end{aligned}$$

# Rekurrenz-Detektion

$$F_L(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ &\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ &\text{atom}(\text{cddr}(x)) \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cdr}(x), \text{nil})), \\ &\text{T} \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cons}(\text{cadr}(x), \text{nil}), \\ &\quad \text{cons}(\text{cddr}(x), \text{nil})))) \end{aligned}$$

Differenzen:

$$p_2(x) = p_1(\text{cdr}(x))$$

$$p_3(x) = p_2(\text{cdr}(x))$$

$$p_4(x) = p_3(\text{cdr}(x))$$

Rekurrenz-Relation:

$$p_1(x) = \text{atom}(x)$$

$$p_{k+1}(x) = p_k(\text{cdr}(x)) \text{ for } k = 1, 2, 3$$

# Rekurrenz-Detektion

$$F_L(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ &\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ &\text{atom}(\text{cddr}(x)) \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cdr}(x), \text{nil})), \\ &\text{T} \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cons}(\text{cadr}(x), \text{nil}), \\ &\quad \text{cons}(\text{cddr}(x), \text{nil})))) \end{aligned}$$

Differenz:

$$f_2(x) = \text{cons}(x, f_1(x))$$

Rekurrenz-Relation:

$$f_1(x) = \text{nil}$$

$$f_2(x) = \text{cons}(x, f_1(x))$$

# Rekurrenz-Detektion

$$F_L(x) \leftarrow \begin{aligned} &(\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ &\text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ &\text{atom}(\text{cddr}(x)) \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cdr}(x), \text{nil})), \\ &\text{T} \rightarrow \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), \text{cons}(\text{cons}(\text{cadr}(x), \text{nil}), \\ &\quad \text{cons}(\text{cddr}(x), \text{nil})))) \end{aligned}$$

Differenz:

$$f_3(x) = \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), f_2(\text{cdr}(x)))$$

$$f_4(x) = \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), f_3(\text{cdr}(x)))$$

Rekurrenz-Relation:

$$f_2(x) = \text{cons}(x, f_1(x))$$

$$f_{k+1}(x) = \text{cons}(\text{cons}(\text{car}(x), \text{nil}), f_k(\text{cdr}(x))) \text{ for } k = 2, 3$$

# Falten endlicher Terme

- Wird eine Rekurrenz-Relation in einem endlichen Term erkannt,

$$p_1(x) = \mathit{atom}(x)$$

$$p_{k+1}(x) = p_k(\mathit{cdr}(x)) \text{ for } k = 1, 2, 3$$

$$f_1(x) = \mathit{nil}$$

$$f_2(x) = \mathit{cons}(x, f_1(x))$$

$$f_{k+1}(x) = \mathit{cons}(\mathit{cons}(\mathit{car}(x), \mathit{nil}), f_k(\mathit{cdr}(x))) \text{ for } k = 2, 3$$

- so kann der Term in eine rekursive Funktion gefaltet werden.

$$u(x) \leftarrow (\mathit{atom}(\mathit{cdr}(x)) \rightarrow \mathit{cons}(x, \mathit{nil}),$$

$$T \rightarrow \mathit{cons}(\mathit{cons}(\mathit{car}(x), \mathit{nil}), u(\mathit{cdr}(x))))$$

# Summers' Synthese-Theorem (1)

- Entfalten einer rekursiven Funktion: Syntaktisches Einsetzen des Funktionskörpers für den Funktionsaufruf mit entsprechender Substitution der Parameter
- Ausnutzen der Beziehung zwischen einem RPS und seinen Entfaltungen für die Induktion (Faltung) eines RPS aus einem endlichen Term.
- Term wird als  $k$ -te Approximation der gesuchten Funktion  $F(x)$  angenommen.



# Folge von Unfoldings für *unpack(x)*

für keine Eingabe definiert

$$U^0 \leftarrow \Omega$$

# Folge von Unfoldings für *unpack(x)*

für keine Eingabe definiert

$$U^0 \leftarrow \Omega$$

für leere Liste  
definiert

$$U^1 \leftarrow (\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ T \rightarrow \Omega)$$

# Folge von Unfoldings für *unpack(x)*

für keine Eingabe definiert

$$U^0 \leftarrow \Omega$$

für leere Liste  
definiert

$$U^1 \leftarrow (\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ T \rightarrow \Omega)$$

für leere und einelementige Liste definiert

$$U^2 \leftarrow (\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ \text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ T \rightarrow \Omega)$$

# Folge von Unfoldings für *unpack(x)*

für keine Eingabe definiert

$$U^0 \leftarrow \Omega$$

für leere Liste  
definiert

$$U^1 \leftarrow (\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ T \rightarrow \Omega)$$

für leere und einelementige Liste definiert

$$U^2 \leftarrow (\text{atom}(x) \rightarrow \text{nil}, \\ \text{atom}(\text{cdr}(x)) \rightarrow \text{cons}(x, \text{nil}), \\ T \rightarrow \Omega)$$

...

für Listen bis  $n$  Elemente definiert

# Summers' Synthese-Theorem (2)

- ↪ Partielle Ordnung über der Menge der Funktionsapproximationen (aufsteigende Kette).
- ↪ Supremum der Kette von Funktionsapproximationen ist die gesuchte Funktion (Fixpunkt-Semantik).

# Summers' Synthese-Theorem (2)

- ↪ Partielle Ordnung über der Menge der Funktionsapproximationen (aufsteigende Kette).
- ↪ Supremum der Kette von Funktionsapproximationen ist die gesuchte Funktion (Fixpunkt-Semantik).

Wird ein aus Beispielen konstruiertes endliches Programm (Berechnungsspuren) als  $k$ -tes Unfolding eines unbekanntem rekursiven Programms aufgefasst und können Rekurrenz-Beziehungen im endlichen Programm entdeckt werden, dann kann ein rekursives Programm, das dieses endliche Programm erzeugen kann, induziert werden!

# Verallgemeinerung

- + Sprachunabhängig: Terme einer beliebigen Termalgebra  $\mathcal{T}_\Sigma(X)$ .
- + *Mengen* rekursiver Funktionen mit beliebiger (aber nicht wechselseitiger) *calls*-Relation.
- + Beliebige Anzahl von formalen Parametern, mit wechselseitigen Abhängigkeiten.
- + Unvollständige Entfaltungen.

↪ Mächtiger Hypothesensprache

↪ Verallgemeinerte Synthesetheoreme

# Hypothesensprache

RPS  $\mathcal{S} = (\mathcal{G}, t_0)$  mit  $t_0 \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X)$  und  $\mathcal{G}$  als System von  $n$

Gleichungen:  $\mathcal{G} = \langle$

$$G_1(x_1, \dots, x_{m_1}) = t_1,$$
$$\vdots$$
$$G_n(x_1, \dots, x_{m_n}) = t_n \rangle$$

mit  $t_i \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X), i = 1 \dots n$ .



# Hypothesensprache

RPS  $\mathcal{S} = (\mathcal{G}, t_0)$  mit  $t_0 \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X)$  und  $\mathcal{G}$  als System von  $n$

Gleichungen:  $\mathcal{G} = \langle$   
 $G_1(x_1, \dots, x_{m_1}) = t_1,$   
 $\vdots$   
 $G_n(x_1, \dots, x_{m_n}) = t_n \rangle$

mit  $t_i \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X), i = 1 \dots n.$

$\hookrightarrow$  Summers: *eine* Gleichung  $G_i$

# Hypothesensprache

RPS  $\mathcal{S} = (\mathcal{G}, t_0)$  mit  $t_0 \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X)$  und  $\mathcal{G}$  als System von  $n$

Gleichungen:

$$\mathcal{G} = \langle \begin{array}{l} G_1(x_1, \dots, x_{m_1}) = t_1, \\ \vdots \\ G_n(x_1, \dots, x_{m_n}) = t_n \end{array} \rangle$$

mit  $t_i \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X), i = 1 \dots n$ .

- Signatur  $\Sigma$
- Funktionsvariablen  $\Phi$  mit  $\Sigma \cap \Phi = \emptyset$  und Stelligkeit  $\alpha(G_i) = m_i > 0$

# Hypothesensprache

RPS  $\mathcal{S} = (\mathcal{G}, t_0)$  mit  $t_0 \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X)$  und  $\mathcal{G}$  als System von  $n$

Gleichungen:  $\mathcal{G} = \langle$   
 $G_1(x_1, \dots, x_{m_1}) = t_1,$   
 $\vdots$   
 $G_n(x_1, \dots, x_{m_n}) = t_n \rangle$

mit  $t_i \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X), i = 1 \dots n.$

- Abstraktes funktionales Programm mit  $t_0$  als initialer Aufruf (“main”) und  $\mathcal{G}$  als Menge rekursiver Funktionen.

# Hypothesensprache

RPS  $\mathcal{S} = (\mathcal{G}, t_0)$  mit  $t_0 \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X)$  und  $\mathcal{G}$  als System von  $n$

Gleichungen:

$$\mathcal{G} = \langle \begin{array}{l} G_1(x_1, \dots, x_{m_1}) = t_1, \\ \vdots \\ G_n(x_1, \dots, x_{m_n}) = t_n \end{array} \rangle$$

mit  $t_i \in \mathcal{T}_{\Sigma \cup \Phi}(X), i = 1 \dots n$ .

- Linke Seite einer Gleichung: Programmkopf (Parameter  $x_i$  paarweise verschieden).
- Rechte Seite einer Gleichung: Programmkörper ( $t_i$  enthält mindestens einen Aufruf von  $G_i$  und evtl. Aufrufe von  $G_j \in \mathcal{G}$ ).

# Beispiel

$$\mathcal{G} = \langle$$
$$\text{ModList}(l, n) = \text{if}(\text{empty}(l),$$
$$\text{nil},$$
$$\text{cons}(\text{if}(\text{eq0}(\text{Mod}(n, \text{head}(l))), \text{T}, \text{nil}),$$
$$\text{ModList}(\text{tail}(l), n)),$$
$$\text{Mod}(k, n) = \text{if}(<(k, n), k, \text{Mod}(-(k, n), n))$$
$$\rangle$$
$$t_0 = \text{ModList}(l, n)$$

# Beispiel

$$\mathcal{G} = \langle$$
$$\text{ModList}(l, n) = \text{if}(\text{empty}(l),$$
$$\text{nil},$$
$$\text{cons}(\text{if}(\text{eq0}(\text{Mod}(n, \text{head}(l))), \text{T}, \text{nil}),$$
$$\text{ModList}(\text{tail}(l), n)),$$
$$\text{Mod}(k, n) = \text{if}(\text{<}(k, n), k, \text{Mod}(-k, n))$$
$$\rangle$$
$$t_0 = \text{ModList}(l, n)$$

- Zwei rekursive Gleichungen.
- *ModList* ruft *Mod* auf.

# Beispiel

$$\mathcal{G} = \langle$$
$$\text{ModList}(l, n) = \text{if}(\text{empty}(l),$$
$$\text{nil},$$
$$\text{cons}(\text{if}(\text{eq0}(\text{Mod}(n, \text{head}(l))), T, \text{nil}),$$
$$\text{ModList}(\text{tail}(l), n)),$$
$$\text{Mod}(k, n) = \text{if}(<(k, n), k, \text{Mod}(-(k, n), n))$$
$$\rangle$$
$$t_0 = \text{ModList}(l, n)$$

- $t_0$ : uninstantiierter Aufruf von *ModList*
- Initialisierung *ModList*([9, 4, 7], 8)
- Einbettung *head*(*Modlist*([9, 4, 7], 8))

# Beispiel

$$\mathcal{G} = \langle$$
$$\text{ModList}(l, n) = \text{if}(\text{empty}(l),$$
$$\text{nil},$$
$$\uparrow \text{cons}(\text{if}(\text{eq0}(\text{Mod}(n, \text{head}(l))), T, \text{nil}),$$
$$\text{ModList}(\text{tail}(l), n)),$$
$$\text{Mod}(k, n) = \text{if}(<(k, n), k, \text{Mod}(-(k, n), n))$$
$$\rangle$$
$$t_0 = \text{ModList}(l, n)$$

- Unvollständige Entfaltungen  
(Planer-/Nutzergenerierte Berechnungsspuren)



# Allgemeiner Ansatz

- Betrachtung eines RPS als Termersetzungssystem
- Charakterisierung der Sprache eines RPS
- Induktion: Ist gegebener Term Element der Sprache?

# Folding-Algorithmus

1. Hypothetische Segmentierung eines Terms in potentielle Rekursionspunkte: Rekurrenzrelation entlang Pfaden zu  $\Omega$ 's (Backtracking-Punkt).
2. Bildung eines maximalen Funktions-Körpers durch Anti-Unifikation der Segmente.
3. Ermittlung der Substitutionsvorschrift.

# Beispielterm

```
(EMPTY L) NIL
(CONS (IF (EQ0 (IF (< (HEAD L) N) (HEAD L) OMEGA)) T NIL)
      IF (EMPTY (TAIL L)) NIL)
(CONS (IF (EQ0 (IF (< (HEAD (TAIL L)) N) (HEAD (TAIL L))
                  (IF (< (- (HEAD (TAIL L)) N) N) (- (HEAD (TAIL L)) N) OMEGA))))
      T NIL)
(IF (EMPTY (TAIL (TAIL L))) NIL
    (CONS (IF (EQ0
              (IF (< (HEAD (TAIL (TAIL L))) N) (HEAD (TAIL (TAIL L)))
                  (IF (< (- (HEAD (TAIL (TAIL L))) N) N) (- (HEAD (TAIL (TAIL L))) N)
                      (IF (< (- (- (HEAD (TAIL (TAIL L))) N) N) N)
                          (- (- (HEAD (TAIL (TAIL L))) N) N) OMEGA))))))
          T NIL)
(IF (EMPTY (TAIL (TAIL (TAIL L)))) NIL
    (CONS (IF (EQ0
              (IF (< (HEAD (TAIL (TAIL (TAIL L)))) N) (HEAD (TAIL (TAIL (TAIL L))))
                  (IF (< (- (HEAD (TAIL (TAIL (TAIL L)))) N) N)
                      (- (HEAD (TAIL (TAIL (TAIL L)))) N)
                      (IF (< (- (- (HEAD (TAIL (TAIL (TAIL L)))) N) N) N)
                          (- (- (HEAD (TAIL (TAIL (TAIL L)))) N) N) OMEGA))))))
          T NIL)    OMEGA)))))))))
```

# Generierung von Berechnungsspuren

- Folding: rein syntaktisch, allgemein formulierbar, mit Pattern-Matching lösbar
- Generierung von Berechnungsspuren: domain-abhängig

# Generierung von Berechnungsspuren

- Folding: rein syntaktisch, allgemein formulierbar, mit Pattern-Matching lösbar
  - Generierung von Berechnungsspuren: domain-abhängig
- ↪ Summers: strukturelle Listenprobleme  
↪ I/O Beispiele können *eindeutig* in Berechnungsspuren transformiert werden.

# Generierung von Berechnungsspuren

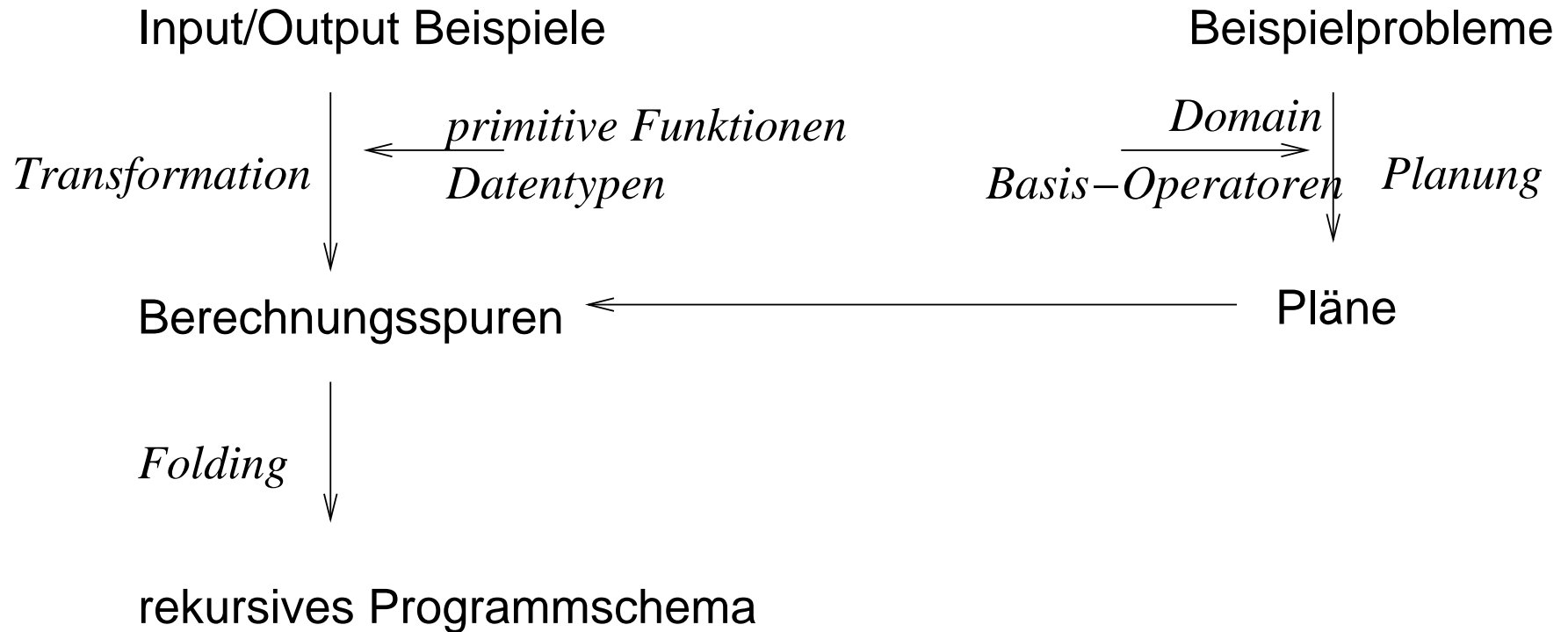
- Folding: rein syntaktisch, allgemein formulierbar, mit Pattern-Matching lösbar
  - Generierung von Berechnungsspuren: domain-abhängig
- ↪ **Programming by Demonstration:** Erfassung über Benutzerinteraktion

# Generierung von Berechnungsspuren

- Folding: rein syntaktisch, allgemein formulierbar, mit Pattern-Matching lösbar
  - Generierung von Berechnungsspuren: domain-abhängig
- ↪ **KI-Planung:** Pläne als Folge von Operator-Anwendungen zur Transformation eines Anfangszustand (Input) in einen Zielzustand (Output)
- ↪ Pläne sind Berechnungsspuren

# Generierung von Berechnungsspuren

- Folding: rein syntaktisch, allgemein formulierbar, mit Pattern-Matching lösbar
- Generierung von Berechnungsspuren: domain-abhängig

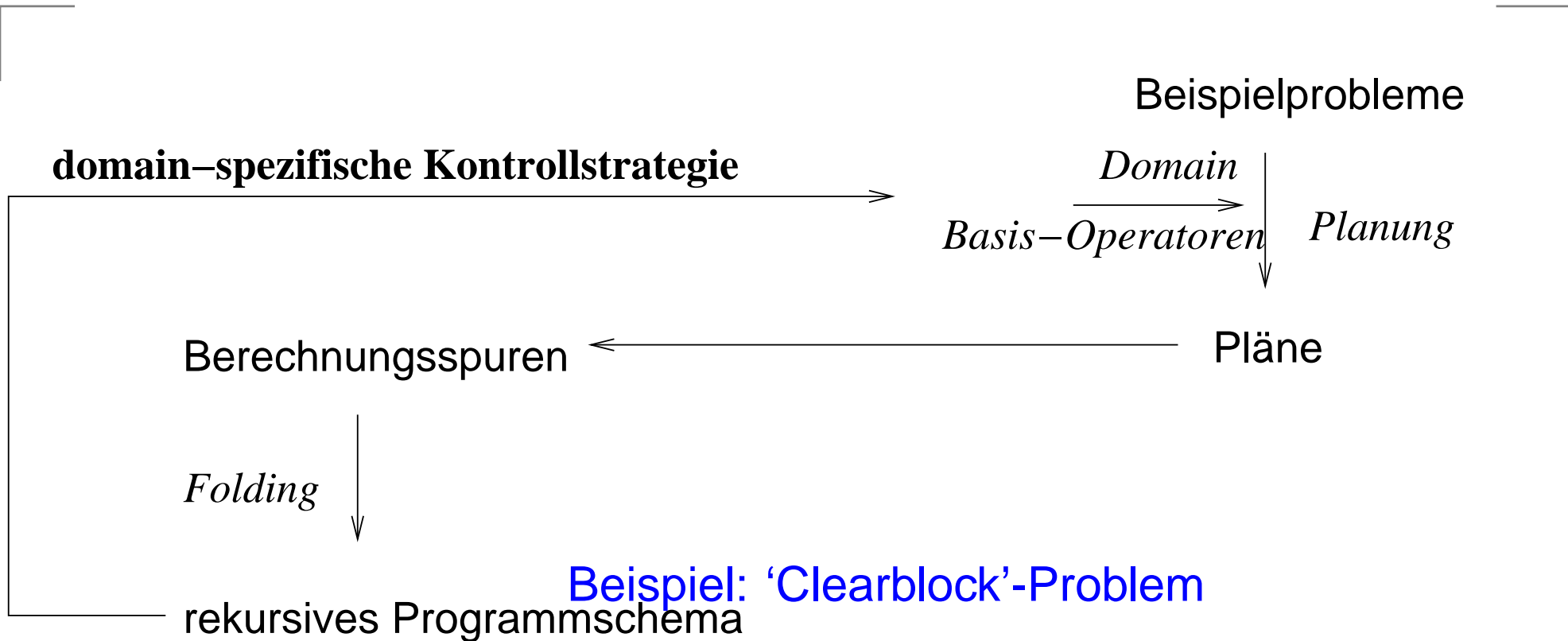




# Planung und Programmsynthese

- Zustandsbasiertes Planen  
(Strips, Graphplan)  
Suche im Zustandsraum  
↔ i.A. exponentieller Aufwand
- Lösung 1: domainspezifische Kontrollregeln zur  
Steuerung der Suche  
Problem: *knowledge engineering*
- Lösung 2: Lernen von Kontrollregeln aus Beispielplänen

# Planung und Programmsynthese



## Beispiel: 'Clearblock'-Problem

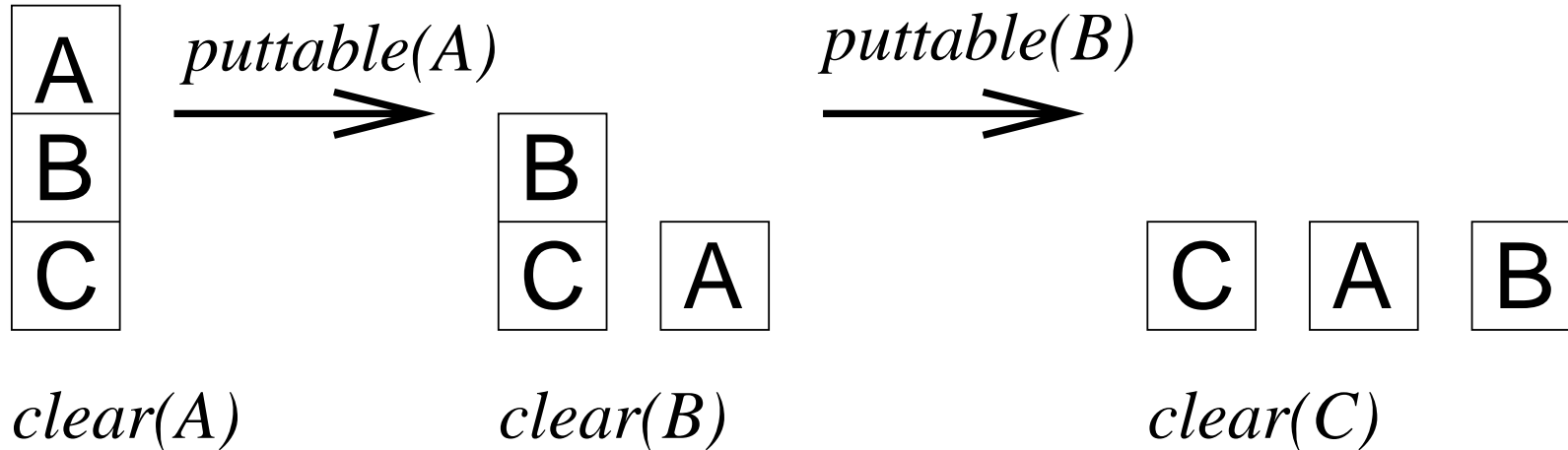
rekursives Programmschema

```
clearblock(b, s) =  
IF clear(b, s) THEN s  
ELSE puttable(topof(b, s),  
clearblock(topof(b, s), s))
```

# Problemlösen und Programmsynthese

- Lernen aus Problemlöseerfahrung  $\approx$   
Induktives Lernen aus Beispielen
  - Lösen von Programmierproblemen als Spezialfall
    - “Handsimulation” der ersten  $n$  Beispiele  
*Sortieren einer Liste mit bis zu drei Elementen*
    - Generalisierung zur rekursiven Lösung  
*insertion-sort*
- ↪ Modellierung von Programmsynthese als Wissenserwerb aus Problemlöseerfahrung
- ↪ Induktive Programmsynthese als methodischer Zugang zum Lernen aus Erfahrung

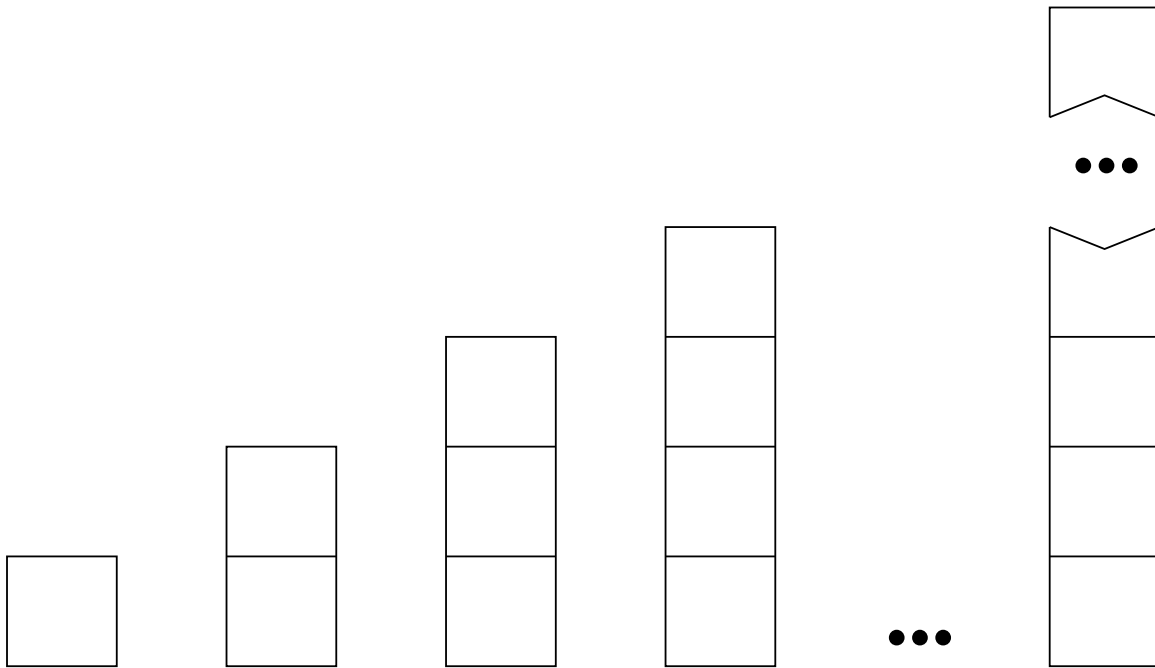
# Exploration eines Problembereichs



Gegeben Problemlöse-Operatoren und Ziel

# Generalisierung

über Lösungsstrukturen:



*“Wende solange `puttable(x)` an,  
bis `clear(Zielblock)`”*

# Generalisierung

über Lösungsstrukturen:

*Repräsentiert als rekursives Programmschema:*

```
clearblock(b, s) =  
IF clear(b, s) THEN s  
ELSE puttable(topof(b, s),  
              clearblock(topof(b, s), s))
```

Schema-Erwerb (e.g. Norman & Rumelhart)

↪ Teilziel-Struktur

↪ Domain-spezifische Strategie

# Generalisierung

über Lösungsstrukturen:

*Repräsentiert als rekursives Programmschema:*

```
clearblock(b, s) =  
IF clear(b, s) THEN s  
ELSE puttable(topof(b, s),  
              clearblock(topof(b, s), s))
```

**Teilzielbildung**

# Generalisierung

über Lösungsstrukturen:

*Repräsentiert als rekursives Programmschema:*

```
clearblock(b, s) =  
IF clear(b, s) THEN s  
ELSE puttable(topof(b, s),  
             clearblock(topof(b, s), s))
```

**Aktionsfolge**



# Generalisierung

über Lösungsstrukturen:

*Repräsentiert als rekursives Programmschema:*

```
clearblock(b, s) =  
IF clear(b, s) THEN s  
ELSE puttable(topof(b, s),  
             clearblock(topof(b, s), s))
```

**Relevante Eigenschaften**

# Generalisierung

über Lösungsstrukturen:

*Repräsentiert als rekursives Programmschema:*

```
clearblock(b, s) =  
IF clear(b, s) THEN s  
ELSE puttable(topof(b, s),  
              clearblock(topof(b, s), s))
```

**Objekt-Auswahl**

# Bewertung

- Induktive Programmsynthese als Ansatz zum Maschinellen Lernen von Kontrollregeln
- “Wissensentdeckung”: Identifikation von und Generalisierung über Regularitäten (Chomsky, LAD)
- Bezug zum menschlichen Lernen: *learning by doing* nicht begrenzt auf “chunking” von Regeln (Makro-Lernen, ACT), Lernen von Problemlöse-Strategien als Generalisierung über Problemlöse-Erfahrung
- Kognitive Modellierung: statt Simulation konkreter empirischer Daten Formulierung grundlegender Mechanismen (Identifikation relevanter Merkmale, Schema-Erwerb)

# Anwendungen

- Lernen von Kontrollregeln für **Planungssysteme**  
aktuell: verteiltes Planen für *ubiquitous computing* in der Transportlogistik
- Lernen von **XSL Transformationen** mit *recursive template application*  
(Umwandlung von XML-Dokumenten)
- Analoges und fallbasiertes Schliessen als Spezialfall von Induktion  
(Anti-Unifikations-Algorithmen, Bezug zu psychologischen Theorien)