Grundlagen der Kognitiven Informatik

Unscharfes, nicht-monotones und qualitatives Schließen

Ute Schmid

Kognitive Systeme, Angewandte Informatik, Universität Bamberg

letzte Änderung: 8. Februar 2011

Grenzen Klassischer Logik

- Die Formalisierung von schlußfolgerndem Denken auf der Basis eines logischen Kalküls erlaubt die Automatisierung von Schlußfolgerungen und garantiert, dass die gezogenen Schlüsse (logisch) korrekt sind.
- Dabei wird allerdings davon ausgegangen, dass die vorgegebenen logischen Formeln, die das Wissen des Systems beschreiben, alle gültig sind.
- Die Beurteilung der Wahrheit dieser Axiome ist nicht innerhalb der Logik möglich.
- Klassische Logik basiert auf dem Konzept des *tertium non datur* – etwas, das nicht wahr ist, ist falsch.
- Dies hat den Vorteil, dass man Widerspruchsbeweise, wie Resolutionsbeweise, führen kann.
- Allerdings gibt es viele Wissensbereiche, in denen Sachverhalte nicht einfach nur eindeutig wahr oder falsch sind, sondern mehr oder weniger zutreffen können.

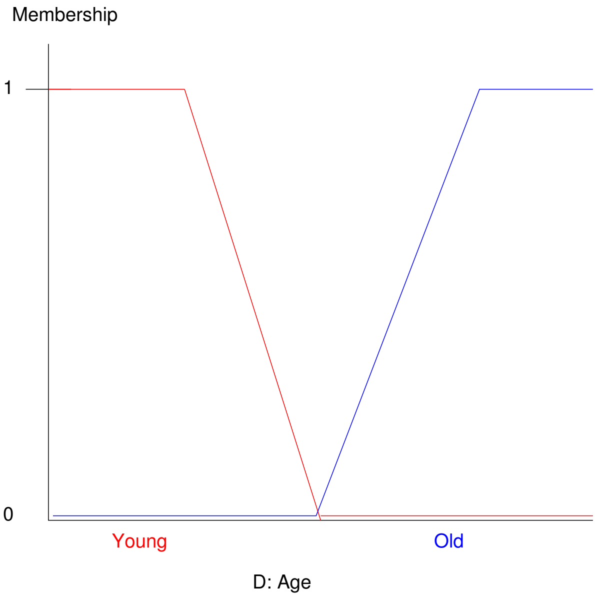
Unscharfes Schließen

- Ein nicht-klassischer Ansatz, der erlaubt mit unscharfen Werten zu schließen, ist die **Fuzzy-Logik** (Zadeh).
- Hier werden Konzepte dadurch charakterisiert, wie stark sie als zu einer Menge gehörig, gesehen werden.
- Beispielsweise ist ein bestimmtes Tier nicht entweder groß oder nicht groß, sondern es gehört mit einem bestimmten Zugehörigkeitswert zur Menge der großen Dinge.
- Die Zugehörigkeiten können Werte zwischen 0 und 1 annehmen, wobei diese Extremfälle den klassischen Wahrheitswerten entsprechen.
- Der Wahrheitswert für mit Junktoren verknüpfte Zugehörigkeiten wird mit speziellen Regeln berechnet.
- Für Zugehörigkeitswerte von 0 und 1 entsprechen diese Regeln genau der Semantik der klassischen zweiwertigen Logik.
- Fuzzy-Logik eignet sich beispielsweise recht gut, um Konzepte der Prototypentheorie (Rosch, 1975) abzubilden.

Fuzzy-Sets und Fuzzy Regeln

- Für einen festgelegten Bereich D werden Mengen A definiert. Elemente x haben verschieden starke Zugehörigkeiten zu den Mengen (*degrees of membership*).
- Zugehörigkeiten werden über charakteristische Funktionen definiert und können über linguistische Variablen qualifiziert werden (*alt*, *sehr alt*).
- $c_A : D \rightarrow [0 \dots 1]$
- Klassische Logik: $c_A : D \rightarrow \{0, 1\}$
- Fuzzy-Operatoren:
  Komplement (not): $c_{nonA}(x) = 1 - c_A(x)$
  Schnitt (and): $c_{A \cap B}(x) = min(c_A(x), c_B(x))$
  Vereinigung (or): $c_{A \cup B}(x) = max(c_A(x), c_B(x))$

Characteristische Funktion



Nicht-Monotones Schließen

- Eine weitere Art von Unbestimmtheit, die in der klassichen Logik nicht abgebildet werden kann, ist dadurch gegeben, dass sich der Wahrheitswert einer Aussage in Abhängigkeit vom vorhandenen Wissen ändern kann.
- Beispielsweise würde ein Mensch, wenn man ihm mitteilt, daß Tweety ein Vogel ist, annehmen, dass Tweety fliegen kann.
- Er würde also mithilfe der Regel $\mathit{vogel}(x) \rightarrow \mathit{fliegt}(x)$ eine Schlußfolgerung ziehen.

  Bei der Regel wurde der Quantor weggelassen, da die Regel korrekt heißen müßte „im Normalfall gilt für x“.
- Wenn er dann aber erfährt, dass Tweety ein Pinguin ist, würde er den bereits gezogenen Schluss revidieren und nun annehmen, dass Tweety nicht fliegen kann.

Nicht-Monotones Schließen

- Schlussfolgern, bei dem bereits gezogene Schlüsse zurückgenommen werden können, heißt **nicht-monoton**.
- Im Gegensatz dazu ist die klassische Logik *monoton*, da ein neu gezogener Schluss keinen Einfluß auf bereits gezogene Schlüsse nehmen kann.
- Es gibt verschiedene Ansätze zum nicht-monotonen Schließen. Ein früher Ansatz ist die Default-Logik (Reiter, 1980).
- Bekannte nicht-monotone Ansätze sind Truth-Maintainance-Systeme sowie Modallogiken (Brewka, 1995).

Symbol-Distanz-Effekt

- Menschliches Schließen basiert häufig auf anderen Strategien als dem Anwenden von logischen Regeln.
- Häufig scheinen Schlüsse auf der Basis von anschaulichen, zum Teil bildhaften Vorstellungen gezogen zu werden.
- Ein klassischer experimenteller Beleg hierfür ist der Symbol-Distanz-Effekt (Potts, 1972): Gegeben Aussagen der Form *Hans ist klüger als Peter*, *Peter ist klüger als Rudi*, *Rudi ist klüger als Franz* sollen Aussagen wie Hans ist klüger als Franz verifiziert werden.
- Würden Schlüsse hier mit Hilfe der Transitivitätsregel gezogen, so müßten die Reaktionszeiten um so höher sein, je häufiger die Regel angewendet werden muß – es müsste also mehr Zeit benötigen, die Aussage *Hans ist klüger als Franz* zu verifizieren, als die Aussage *Hans ist klüger als Rudi*.
- Das Gegenteil ist aber der Fall.

Schließen mit Mentalen Modellen

- Dieser Befund kann dadurch erklärt werden, dass die in den Aussagen genannten Personen in einer internen Repräsentation linear nach dem Ausmaß der ihnen zugeschriebenen Eigenschaft angeordnet werden.
- Verifikation kann dann durch Betrachtung des „mentalen Bildes“erfolgen, indem geprüft wird, ob Person X links oder rechts von Person Y steht.
- Je weiter die Personen auseinander stehen, desto schneller geht der mentale Vergleich.
- Zahlreiche weitere empirische Belege liefern Experimente zum syllogistischen Schließen mit mentalen Modellen (Johnson-Laird, 1983; Knauff, Rauh & Schlieder, 1995).
- In der künstlichen Intelligenz werden solche, auf eher bildhaften Repräsentationen basierenden Schlußfolgerungstechniken im Bereich des diagrammatischen Schließens (Larkin, 1987) und im Bereich des qualitativen Schließens (Kuipers, 1994) untersucht.

Qualitatives Schließen – Allen Kalkül

- Ein klassisches, einfaches Kalkül zum qualitativen Schließen ist das sogenannte Allen-Kalkül (1983).
- Dieses Kalkül erlaubt es, Schlußfolgerungen über die Beziehungen zwischen Zeitintervallen oder zwischen räumlichen Beziehungen in einer Dimension (Guesgen, 1989) zu ziehen.
- Im folgenden betrachten wir den Fall des räumlichen Schließens.
- Der Aufenthaltsort eines Objekts wird als Intervall mit Anfangs- und Endpunkt repräsentiert.
- Jedes Intervall X ist ein geordnetes Paar aus Begrenzungspunkten s_X und e_X.
- Diese Punkte können als reelwertige Zahlen interpretiert werden, wobei gilt: $s_X < e_X$.

Qualitatives Schließen – Allen Kalkül

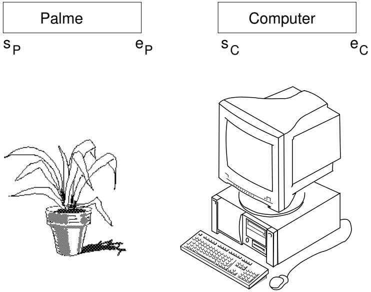
- Da keine konkreten reellen Zahlen betrachtet werden, die das Intervall (etwa in einem euklidischen Koordinatensystem) beschreiben, basiert der Ansatz nicht auf metrischer/quantitativer Information.
- Es werden nur relative (ordinale) Beziehungen, also qualitative Information betrachtet.
- Dies entspricht in etwa der Idee eines mentalen Modells, in dem Objektanordnungen strukturell-räumlich abgebildet werden.

Beispiel

Repräsentiert man etwa den Sachverhalt *Die Palme ist links vom Computer*, so muß auf jeden Fall gelten, dass das Intervall, das den Aufenthaltsort der Palme repräsentiert, sich vollständig links vom Intervall, das den Computer repräsentiert, befindet, also

$$s_P < s_C, s_P < e_C, e_P < s_C, e_P < e_C$$

wobei P für Palme und C für Computer steht.

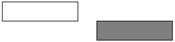
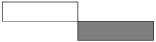
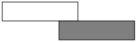
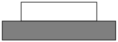


Die Palme steht links vom Computer repräsentiert im Intervallkalkül und eine mögliche physikalische Realisierung

Beispiel

- Dagegen ist es irrelevant, wie weit genau Palme und Computer auseinanderstehen.
- Das heißt, eine qualitative räumliche Repräsentation hat in etwa die Granularität einer natürlichsprachigen Beschreibung und steht für eine ganze Klasse möglicher konkreter Realisierungen in der physikalischen Welt.
- Die Informationen, die im oben dargestellten Experiment zum Symbol-Distanz-Effekt gegeben wurden, können durch Verwendung der gerade eingeführten qualitativen Relation *links-von* repräsentiert werden, indem *klüger als* auf *links-von* abgebildet wird.

Die 13 Basisrelationen des Allen-Kalküls

Symbol	Sprachl. Beschreibung	Bildl. Beschreibung	Punkt-Ordnung
$X \prec Y$	X liegt links von Y		$s_X < e_X < s_Y < e_Y$
$X\ m\ Y$	X berührt Y von links		$s_X < e_X = s_Y < e_Y$
$X\ o\ Y$	X überlappt Y von links		$s_X < s_Y < e_X < e_Y$
$X\ s\ Y$	X liegt linksbündig in Y		$s_Y = s_X < e_X < e_Y$
$X\ d\ Y$	X liegt voll in Y		$s_Y < s_X < e_X < e_Y$
$X\ f\ Y$	X liegt rechtsbündig in Y		$s_Y < s_X < e_X = e_Y$
$X = Y$	X ist gleich Y		$s_X = s_Y < e_Y = e_X$

(nicht aufgeführt sind die Inversen *fi*, *di*, *si*, *oi*, *mi*, $\succ$; diese ergeben sich durch Vertauschung der Argumente X und Y)

Relationen und Verknüpfungen

- Das Allen-Kalkül basiert auf insgesamt 13 Basisrelationen, die paarweise disjunkt und exhaustiv sind.
- Das heißt, jede mögliche räumliche Beziehung, die zwei Objekte in einer Dimension zueinander einnehmen können, kann eindeutig repräsentiert werden.
- Sind gegebene räumliche Sachverhalte durch Basisrelationen repräsentiert, so können folgende „Rechen"-Operationen ausgeführt werden:

  Inverse: $I \ R^{-1} \ J \Leftrightarrow J \ R \ I.$

  Schnitt: $I \ (R \cap S) \ J \Leftrightarrow I \ R \ J \wedge I \ S \ J.$

  Komposition: $I(R \circ S)J \Leftrightarrow \exists K : (I \ R \ K \wedge K \ S \ J).$

- Die Inversenbildung kann einfach aus der Tabelle der Basisrelationen abgelesen werden.

Veranschaulichung

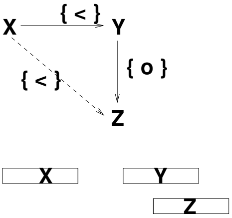
- Beispielsweise ist der zu *Die Palme steht links vom Computer* inverse Sachverhalt, dass der Computer rechts von der Palme steht.
- Der Schnitt zweier räumlicher Relationen engt die Menge der möglichen Aufenthaltsorte ein.
- Hat man etwa bislang die unspezifische Information, dass ein Buch I und eine Mappe J sowohl linksüberlappend als auch linksbündig zueinander liegen könnten und erhält man aus anderer Quelle (etwa durch eine Schlussfolgerung) die Information, dass Buch und Mappe links voneinander oder linksüberlappend liegen können, so ergibt der Schnitt aus diesen Relationen, dass Buch und Mappe nur linksüberlappend zueinander liegen können.
- Die für das Ziehen von Schlussfolgerungen wesentliche Operation ist die Komposition: Gegeben die Information, dass I in einer bestimmten Relation zu K steht und dass K in einer bestimmten Relation zu J steht, sollte auch klar sein, wie I und J zueinander stehen.

Komposition

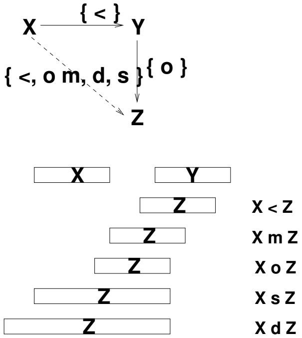
- Die Komposition kann über die Endpunktrelationen der Basisrelationen abgeleitet werden. Sie wird üblicherweise in einer Kompositionstabelle angegeben. (siehe z.B. in der Originalarbeit von Allen, 1983).
- Komposition führt im allgemeinen dazu, dass die Relationen nicht mehr eindeutig feststehen.
- Verknüpft man die Aussagen *Die Palme ist links vom Computer* und *Der Computer überlappt die Mappe von links*, so ergibt die Komposition das eindeutige Ergebnis, dass die Palme links von der Mappe ist.
- Verknüpft man aber die Aussagen *Die Palme ist links vom Buch* und *Das Buch überlappt die Mappe von rechts*, so kann eine von fünf verschiedenen Relationen gelten.

Beispiel Komposition

$$(X \prec Y) \circ (Y\ o\ Z)$$



$$(X \prec Y) \circ (Y\ oi\ Z)$$

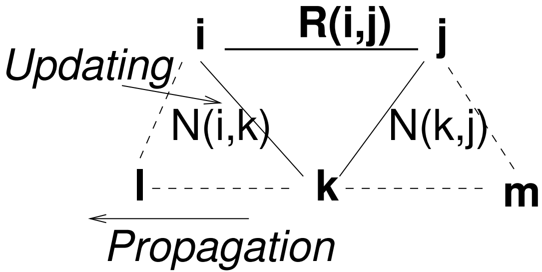


Schließen im Allen-Kalkül

- Im Rahmen des Allen-Kalküls können nun folgende Schlussfolgerungsprobleme gelöst werden:
  - Es kann festgestellt werden, ob eine Formelmenge erfüllbar ist. Das heißt, für eine Menge gegebener räumlicher Relationen zwischen Objekten kann geprüft werden, ob es eine konsistente, physikalisch realisierbare, Anordnung in einer Dimension gibt.
  - Zudem können Schlussfolgerungen über bisher nicht explizit gegebene Relationen zwischen Objektpaaren gezogen werden, indem für jedes Paar von Intervallen die stärkste daraus folgende Relation errechnet wird.
- Die Schlussfolgerungen können mechanisch mithilfe eines *constraint propagation*-Algorithmus ermittelt werden.

Constraint Propagation

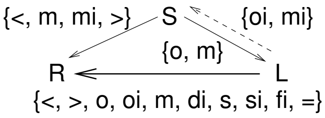
- Einfügen einer neuen Relation $R(i, j)$
- Für alle mit i/j direkt verbundenen Knoten k:
  Berechne die Constraints von k nach j via i und von i nach k via j.
- Falls sich Änderungen ergeben: behandle $R(k, j)/R(i, k)$ entsprechend.



Beispiel

- (1) $S\ \{o, m\}\ L\ (=\ L\ \{oi, mi\}\ S)$
- (2) $S\ \{\prec, m, mi, \succ\} R$
- Berechne
  Constraints($\{o, m\}, \{\prec, m, mi, \succ\}$**)**
  Beziehung zwischen L und R via S
  (Konversenbildung $L \to S$)
  - $T(oi, \prec) = \{\prec, o, m, di, fi\}$
  - $T(oi, m) = \{o, di, fi\}$
  - $T(oi, mi) = \{\succ\}$
  - $T(oi, \succ) = \{\succ\}$
  - $T(mi, \prec) = \{\prec, o, m, di, fi\}$
  - $T(mi, m) = \{s, si, =\}$
  - $T(mi, mi) = \{\succ\}$
  - $T(mi, \succ) = \{\succ\}$

  $\hookrightarrow L\ \{\prec, \succ, o, m, di, s, si, fi, =\}\ R$

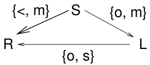


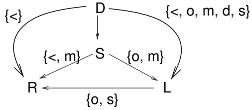
Beispiel

- (3) $L\ \{o, s, d\}\ R$
- Schnittmenge mit bisheriger Relation:
  $L\ \{o, s\}\ R$
- Einfügen des neuen Constraints $\hookrightarrow$
  Propagation: neuer Constraint zwischen
  S und R

  $S\ \{o, m\}\ L\ \{o, s\}\ R$
  - $T(o, o) = \{\prec, o, m\}$
  - $T(o, s) = \{o\}$
  - $T(m, o) = \{\prec\}$
  - $T(m, s) = \{m\}$

  $\hookrightarrow S\ \{\prec, o, m\} R$
- Schnittmenge mit $S\ \{\prec, m, mi, \succ\}\ R$:
  $S\ \{\prec, m\}\ R$
- (4) $D\ \{d\}\ S$
- Neue Relationen:
  - $D\ \{\prec\}\ R$
  - $D\ \{\prec, o, m, d, s\}\ L$





Präferenzen

- Im Gegensatz zur klassischen Logik erlaubt das Allen-Kalkül das Ziehen von Schlussfolgerungen über anschaulichen Repräsentationen und entspricht daher eher der Strategie menschlichen Schließens.
- Allerdings ist es nicht plausibel anzunehmen, dass ein Mensch ganze Mengen möglicher gültiger Relationen bei der Inferenz berücksichtigt.
- In einigen empirischen Untersuchungen zum Allen-Kalkül konnte gezeigt werden, daß Menschen offensichtlich bei der Auswahl von möglichen gültigen Relationen bestimmte Relationen präferieren (Knauff et al., 1995).
- Dabei scheinen die Präferenzen interindividuell konstant zu sein.

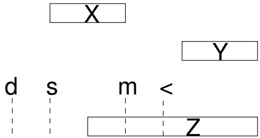
Präferenzen

Betrachtet man etwa die Aussagen:

X ist links von Y

Y liegt rechtsbündig in Z

so ergibt die Komposition fünf mögliche Beziehungen zwischem X und Z, allerdings wählen Probanden bevorzugt die am wenigsten restriktive Beziehung X *überlappt* Z *von links*.



Präferierte Relation "überlappt" (o) und korrekte Alternativen.